ОБРАТНЫЕ ФУНКЦИИ

Напишем формулу для вычисления площади круга по его ра­диусу: *S = πR2.*  Эта формула задает площадь круга *S* как функцию его радиуса *R,* т. е. для каждого (положительного) числа *R* по этой формуле вычисляется площадь круга *S.* Представим себе, что надо решить обратную задачу: по данной площади круга *S* вычислить его радиус. Для этого выразим *R* через *S* так:

*R=*

Новая формула задает радиус круга *R* как функцию его площа­ди S. Полученные две функции *S — S(R)=К и R = R(S)* являются примерами взаимно обратных функций.

Приведем еще примеры взаимно обратных функций:

1. *у = 2х* и *x=* у/2.
2. *у = х3,* х>0, и *х=* у >0.
3. *у* =10х  и *x = lg y.*

В каждом из указанных примеров соответствие между пере­менными величинами, задаваемое взаимно обратными функциями, одно и то же. В самом деле, зависимость между радиусом и пло­щадью круга остается одной и той же: записывается ли она в виде *S = πR2* или же в виде

R= . Точно так же функции *у = 2х* и *x=* у/2 выражают одну и ту же зависимость между у и х.

Рассмотрим теперь показательную и логарифмическую функции. Обозначим символом f*(х)* показательную функцию, a *g (x)* — логарифмическую функцию:

*f (x) = ax, g(x) = log a x,*

где *а* — заданное число, а>0, *а≠1.*

Решим уравнение *ах = у* относительно *х.* По определению логарифма x = log a y. Поменяв в этом равенстве местами *х* и *у,* получим логарифмическую функцию *у = log a x.* Функцию *y = log a x* называют *обратной к функции у = ах.* Если из равенства y = log a *x* найти *х,* то получим *х = ау,* а поменяв местами *х* и *у* — показа­тельную функцию *у = ах.* Функцию *у = ах* называют *обратной к функции y = log a x.* Поэтому функции *f (x)* и *g(x)* называют ***взаимно обратными****.*

Вообще если функция *y = f(x)* задана формулой, то для нахождения обратной функции нужно решить уравнение *f (х) = у* относительно *х* и затем поменять местами *х* и *у.*

Если уравнение *f(x) = y* имеет более чем один корень, то функции, обратной к *y = f(x),* не существует.

Например, функция*f(x)=x2* не имеет обратной, так как уравнение *х2 = у* имеет два корня *х1,2= ±* для любого *у>0.* Если функцию ***у*** *= х2* рассматривать только на промежутке *х > 0,* то она будет иметь обратную *y=,* так как уравнение *х2 =* ***у*** при*у ≥ 0* имеет только один неотрицательный корень.

**Графики взаимно обратных функций**

 